青銅比準結晶相の発見

（近大理工）堂寺知成、別宮進一、（ステファン研究所）Primož Ziherl

【はじめに】

繰り返し単位のない独特な準周期秩序と非結晶学回転対称性は準結晶の特徴であり、これまで多種多様なソフトマター系を含む物質系で発見されてきた[1]。準周期性は2つ以上の長さスケールに特徴付けられ、それらの比は非結晶学的回転対称性に関連した無理数となっている。例えば、黄金比の10回対称ペンローズタイリング、白銀比の8回対称タイリング、白金比の12回対称タイリングが特に有名である。われわれは、デンドリマーミセルなどコアシェル系に注目し、2 つの長さスケールを持つハードコア矩形ショルダーポテンシャル粒子系のシミュレーションで、3角形と2等辺3角形のモザイクからなる10回、12回、18回、24回対称のボンド配向秩序を持つ一連の2次元準結晶が形成されることを発見した[2]。本発表では、準結晶が非結晶学的回転対称性に結びついているという常識に反して、6回対称準結晶相の発見を新たに報告する。驚くべきことにこの準結晶は青銅比に結びついている。

【結果と考察】

自己相似変換 $A\to A^3B$, $B\to A$ によって青銅比列が生成される。A の数 A_n は変換

$$\begin{pmatrix} A_{n+1} \\ A_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_n \\ A_{n-1} \end{pmatrix}$$

で与えられ、その固有方程式は $x^2-3x-1=0$ 、固有値は青銅比 $\beta=(3+\sqrt{13})/2\approx 3.30278$、連分数で表記すれば

$$\beta = [3.3.3.\cdots] = 3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{3 + \cdots}}$$

となる。この無理数に対応する正多角形および準結晶タイルはこれまで知られていなかった。

ペンローズタイリングが黄金比の自己相似性を示すように、今回発見したタイリングは青銅比の自己相似性を示す。このタイリングは大小の正3角形と対応する辺をもつ長方形で形成される。

発表ではハードコア矩形ショルダーポテンシャル粒子系のモンテカルロシミュレーションの結果が6回対称性をもち、青銅比準結晶のランダムタイリングになっていることを示す。

【参考文献】

(1) 堂寺知成、固体物理 **48**, 331 (2013); T. Dotera, Isr. J. Chem., **51**, 1197 (2011).
(2) T. Dotera, T. Oshiro & P. Ziherl, Nature, **506**, 208-211 (2014).