

曲率と自由境界が生み出す弾性シェルの幾何学的な力学構造

(立命館大学理工学部物理科学科) 松本大地、佐野友彦、和田浩史

【はじめに】

線や面は、自然界と人工物の造形を担う基本的な構成要素である。細菌のサイズと形を定義する細胞壁や植物の葉は生物の代表例であり、紙、ペットボトル、車のボディ、ドーム状の建築物は人工物の典型例である。平板やシェル（自発曲率を持つ薄板）の力学特性は、応用力学の古典的かつ中心的問題であり、多くの蓄積がある (1)。曲面の幾何学と弾性力学の親密なかかわりが、この分野の中心的なコンセプトである。薄膜にはひっぱりとまげという二つの変形モードがあるが、板が薄いほどそれらはエネルギー的に大きく隔たっている：まげは起きやすく、ひっぱりには大きなエネルギーコストが伴う。このため、薄膜の形状はなるべく引っ張りを少なくする変形 (isometric な変形) を探し求め、その結果、しばしば折り目やとがりを形成する (例：丸めた紙)。薄膜における特異的なパターン形成は物理学のホットトピックであり、近年、多くのことが明らかになった (2)。

幾つかのクラスでは、特異的な局在構造の形成を伴わない、もっと拡散的な変形が現れる。ストローの一端をつまむと、そこから離れるにしたがってストローの径はもとのサイズを回復するが、その持続長はストローの全長、半径、厚みのどれとも異なる固有の長さスケールである (3)。このような研究は、円筒や球面など対称性の高い曲面に限定してよく研究されてきた。他方、両端が開放されたシェル状のもの (植物の葉っぱやメジャーなど) はありふれているが、深い理解が進んでいない。

【結果と考察】

我々は開いた円筒形のシェルのモデル系として選び、その力学的性質を理論、数値シミュレーション、物理実験を組み合わせることで詳しく調べた。具体的には、シェルの一端をピンチし (つまみ)、その回復長に注目して研究を進めてきた。まず、浅い半円筒 (平坦に近い曲面) に対して新しいスケールリング則を確立した。さらに、興味深いことに、円筒が深くなると、自由境界に近いところではこのスケールリングが生存し続けるものの、境界から遠く離れたところでは閉じた円筒における回復長と同じスケールリング則をもつ別の長さスケールが出現する。つまり、均一な等方弾性体からなるひとつの物体中に、二つの特徴的長さが共存する。これは曲率と自由境界が生み出すユニークな性質である (4)。大変形に対する曲率の局在化転移、多角形化とその遷移など、他の成果と合わせて報告する。

【参考文献】

- (1) C. R. Calladine, *Theory of Shell Structure* (Cambridge Univ. Press, 1983).
- (2) T. A. Witten, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 643 (2007).
- (3) L. Mahadevan, A. Vaziri, and M. Das, *Europhys. Lett.* **77**, 40003 (2007).
- (4) D. Matsumoto, T. G. Sano, and H. Wada, preprint (2017).